

$$\frac{V \cdot U' - U \cdot V'}{V^2}$$

<https://www.youtube.com/watch?v=Hrx6MM9Qo4>

$$f(x) = \frac{3x^2 - 4x}{5x^2 - 3} \quad \begin{matrix} \text{U} \\ \text{V} \end{matrix} \quad y' = \frac{(5x^2 - 3)(6x - 4) - (3x^2 - 4x)(10x)}{(5x^2 - 3)^2}$$

$$U = 3x^2 - 4x$$

$$U' = 6x - 4$$

$$V = 5x^2 - 3$$

$$V' = 10x$$

$$y' = \frac{30x^3 - 18x - 20x^2 + 12 - (30x^3 - 40x^2)}{(5x^2 - 3)^2}$$

$$y' = \frac{30x^3 - 18x - 20x^2 + 12 - 30x^3 + 40x^2}{(5x^2 - 3)^2}$$

$$y' = \frac{20x^2 - 18x + 12}{(5x^2 - 3)^2}$$

$$y = \frac{x^5 - 3x^2}{2x^3 + 5x} \quad \begin{matrix} \text{U} \\ \text{V} \end{matrix}$$

$$U = x^5 - 3x^2$$

$$U' = 5x^4 - 6x$$

$$V = 2x^3 + 5x$$

$$V' = 6x^2 + 5$$

$$y' = \frac{(2x^3 + 5x)(5x^4 - 6x) - (x^5 - 3x^2)(6x^2 + 5)}{(2x^3 + 5x)^2}$$

$$y' = \frac{10x^7 + 25x^5 - 12x^4 - 30x^2 - (6x^7 - 18x^4 + 5x^5 - 15x^2)}{(2x^3 + 5x)^2}$$

$$y' = \frac{10x^7 + 25x^5 - 12x^4 - 30x^2 - 6x^7 + 18x^4 - 5x^5 + 15x^2}{(2x^3 + 5x)^2}$$

$$y' = \frac{4x^7 + 20x^5 + 6x^4 - 15x^2}{(2x^3 + 5x)^2}$$

$$5x^0 = 5x^0 = 5$$

o La derivada de un cociente de funciones

La derivada del cociente de dos funciones es igual al producto de la derivada del numerador por el denominador menos el producto del numerador por la derivada del denominador, dividido por el denominador al cuadrado.

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$$

<https://www.youtube.com/watch?v=HUq8qmH68x8>

Ejemplo:

$$f(x) = \frac{4x + 1}{10x^2 - 5}$$

$$f'(x) = \frac{4(10x^2 - 5) - 20x(4x + 1)}{(10x^2 - 5)^2}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{U}{V} \right) = \frac{V \cdot U' - U \cdot V'}{V^2}$$

Ejercicios:

$$f(x) = \frac{2x^3 - 3}{x^2}$$

$$U = 2x^3 - 3$$

$$U' = 6x^2$$

$$V = x^2$$

$$V' = 2x$$

$$f(x) = \frac{(x^2)(6x^2) - [(2x^3 - 3)(2x)]}{(x^2)^2}$$

$$f(x) = \frac{6x^4 - 4x^4 + 6x}{x^4} = \frac{2x^4 + 6x}{x^4} = \frac{x(2x^3 + 6)}{x^4} = \frac{2x^3 + 6}{x^3}$$

factorizar

$$f(x) = \frac{3x^2 + 5}{2x^3}$$

$$U = 3x^2 + 5$$

$$U' = 6x$$

$$V = 2x^3$$

$$V' = 6x^2$$

$$f(x)' = \frac{(2x^3)(6x) - [(3x^2 + 5)(6x^2)]}{(2x^3)^2}$$

$$y' = \frac{12x^4 - [18x^4 + 30x^2]}{4x^6}$$

$$y' = \frac{12x^4 - 18x^4 - 30x^2}{4x^6}$$

$$y' = \frac{-6x^4 - 30x^2}{4x^6} = \frac{-2x^2(-3x^2 - 15)}{4x^6} = \frac{-3x^2 - 15}{2x^4}$$

factorizar

LUNA GARCÍA

○ La derivada de un producto de funciones

La derivada del producto de dos funciones es igual al producto de la primera función por la derivada de la segunda, más la segunda función por la derivada de la primera

$$\frac{d}{dx} [f(x) \cdot g(x)] = f(x) \cdot \frac{d(g(x))}{dx} + \frac{d(f(x))}{dx} \cdot g(x)$$

<https://www.youtube.com/watch?v=nTY64wRlcZA>

Ejemplo:

$$f(x) = (4x + 1)(10x^2 - 5)$$

$$f'(x) = 20x(4x + 1) + 4(10x^2 - 5)$$

$$\frac{d}{dx} U \cdot V = U \cdot V' + V \cdot U'$$

<https://www.youtube.com/watch?v=DJbEbWC3RMA>

Ejercicios:

$$f(x) = (2x^3 - 3x)(x^3 + 5x) = U \cdot V' + V \cdot U'$$

$$U = 2x^3 - 3x$$

$$U' = 6x^2 - 3$$

$$V = x^3 + 5x$$

$$V' = 3x^2 + 5$$

$$f'(x) = (2x^3 - 3x)(3x^2 + 5) + (x^3 + 5x)(6x^2 - 3)$$

$$f'(x) = 6x^5 - 9x^3 + 10x^3 - 15x + 6x^5 + 30x^3 - 3x^3 - 15x$$

$$f'(x) = 12x^5 + 28x^3 - 30x$$

$$f(x) = (3x^3 - 6x^2)(2x^3 + x^2)$$

$$f(x) = 6x^6 + 3x^5 - 12x^5 - 6x^4$$

$$f(x) = 6x^6 - 9x^5 - 6x^4$$

$$f'(x) = 36x^5 - 45x^4 - 24x^3$$

Ejercicios:

$$f(x) = 5x^3 \quad 15x^2$$

$$f(x) = 9x^{-4} \quad -36x^{-5}$$

$$y = 2x^{1/2} \quad x^{1/2} = \frac{1}{x^{1/2}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{2}{1}\right) = \frac{2}{2} = 1$$

$$\frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{2} - \frac{2}{2} = -\frac{1}{2}$$

o La derivada de una suma (resta) de funciones

La derivada de una suma (o resta) de dos funciones es igual a la suma (o resta) de sus derivadas.

$$\frac{d}{dx} [f(x) \pm g(x)] = \frac{d(f(x))}{dx} \pm \frac{d(g(x))}{dx}$$

<https://www.youtube.com/watch?v=RBN1HeRmZlc>

Ejemplo:

$$f(x) = 2x^3 + x$$

$$f'(x) = 6x^2 + 1$$

Ejercicios:

$$f(x) = 6x^5 - 7x^3 \quad 30x^4 - 21x^2$$

$$f(x) = \frac{2}{3}x^3 + \frac{5x^2}{2} + 2 \quad 2x^2 + 5x$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{3}{1}\right) = \frac{6}{3} = 2$$

$$\left(\frac{5}{2}\right)\left(\frac{2}{1}\right) = \frac{10}{2} = 5$$

○ La derivada de una potencia

La derivada de una función potencia $f(x) = x^n$, es

$$\frac{d(x^n)}{dx} = n x^{n-1}$$

donde n es un número entero positivo

<https://www.youtube.com/watch?v=-PjdQi5Foio>

Ejemplo:

$$\begin{aligned} f(x) &= x^5 \\ f'(x) &= 5x^4 \end{aligned}$$

Ejercicios:

$$f(x) = x^6 \quad \underline{6x^5} \quad \checkmark$$

$$f(x) = x^{-2} \quad \underline{-2x^{-3} = -\frac{2}{x^3}} \quad \checkmark$$

$$y = x^4 \quad \underline{4x^3} \quad \checkmark$$

○ La derivada de una función por un escalar

Si c es una constante entonces la derivada de producto $c \cdot f(x)$ es:

$$\frac{d(c \cdot f(x))}{dx} = c \cdot \frac{d(f(x))}{dx}$$

Su demostración es rápida y sencilla

$$c \cdot f(x+h) - c \cdot f(x) = c \cdot (f(x+h) - f(x))$$

<https://www.youtube.com/watch?v=uKtq7gW3vr8>

Ejemplo:

$$\begin{aligned} f(x) &= 3x^5 \\ f'(x) &= 3(5x^4) = 15x^4 \end{aligned}$$